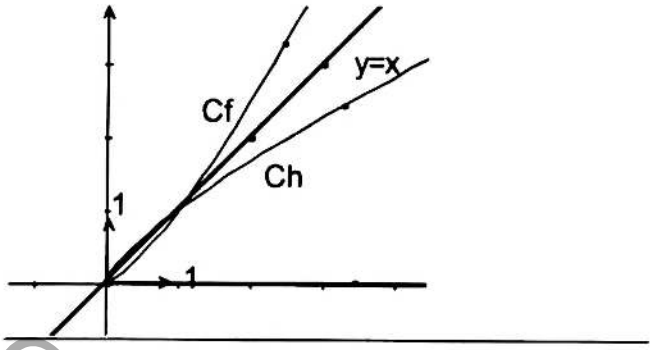
4) T : $y=f'(1).(x-1)+f(1)$

$T : y=\frac{4}{3}x-\frac{1}{3}$

$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt[3]{x}=+\infty$

(ζ) admet une B.P de direction celle de $(O,\vec{j})$



5) a) f est continue et strictement croissante sur $\mathbb{R}_+$ elle réalise donc une bijection de $\mathbb{R}_+$ sur $f(\mathbb{R}_+)=[f(0),\lim\limits_{+\infty}f[=\mathbb{R}_+$

b) $h=f^{-1}$

$h(1)=1$ car $f(1)=1$

f est dérivable en 1 et $f'(1)=\frac{4}{3}\neq 0$

d'où h est dérivable en f(1)=1

et $h'(1)=\frac{1}{f'(h(1))}=\frac{1}{f'(1)}=\frac{3}{4}$

c) $f(x)=x \Leftrightarrow x.\sqrt[3]{x}=x \Leftrightarrow x(\sqrt[3]{x}-1)=0$

$\Leftrightarrow x=0$ ou $\sqrt[3]{x}=1 \Leftrightarrow x=0$ ou $x=1$

$(\zeta)\cap\Delta=\{O(0,0);A(1,1)\}$

d) $(\zeta_h)=S_\Delta(\zeta)$

EX 22 :

$f(x)=\sqrt[4]{x^2-1}$

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
x^2-1	+	0	- 0	+

$D_f=]-\infty,-1]\cup[1,+\infty[$

1) * $x\in D_f \Rightarrow x\leq -1$ ou $x\geq 1 \Rightarrow -x\geq 1$ ou $-x\leq -1$

$\Rightarrow x\in D_f$

* $f(-x)=\sqrt[4]{(-x)^2-1}=\sqrt[4]{x^2-1}=f(x)$

d'où f est paire

2) pour $x\geq 1$

$f(x)=\sqrt[4]{x^2(1-\frac{1}{x^2})}=\sqrt[4]{x^2}.\sqrt[4]{1-\frac{1}{x^2}}=\sqrt{x}.\sqrt[4]{1-\frac{1}{x^2}}$

b) * $\lim\limits_{x\to+\infty}(x^2-1)=+\infty$ d'où $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt[4]{x^2-1}=+\infty$

$\Rightarrow \lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$

* $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{x}.\sqrt[4]{1-1/x^2}}{x}$

$=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{\sqrt{x}}.\sqrt[4]{1-1/x^2}=0$

3) a) $\lim\limits_{x\to1^+}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim\limits_{x\to1^+}\frac{\sqrt[4]{x^2-1}}{x-1}$

$=\lim\limits_{x\to1^+}\frac{x^2-1}{(x-1)(\sqrt[4]{x^2-1})^3}=\lim\limits_{x\to1^+}\frac{x+1}{(\sqrt[4]{x^2-1})^3}=+\infty$

d'où f n'est pas dérivable à droite en 1

b) la fonction : $x\mapsto x^2-1$ est dérivable et strictement positive sur $]1,+\infty[$ d'où

f est dérivable sur $]1,+\infty[$

$f'(x)=\frac{2x}{4.(\sqrt[4]{x^2-1})^3}$

c) $f'(x)>0$; $\forall x\in]1,+\infty[$

x	1	$+\infty$
f'(x)	| +	
f(x)	0 →	$+\infty$

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn